

MATHEUM

SIFOR NOKTASINDAN ÇÖZÜME

BAĞLAM • ANALİTİK DÜŞÜNME • MODELLEME • AKIL YÜRÜTME

Matematiksel Düşünme Becerilerini Geliştirme Kitabı

Ortaokul ve Lise Öğrencileri için
Uygulamalı Kaynak Kitap



$$y = ax^2 + bx + c$$



MATHEUM

MATEMATİĞİ ANLA, DÜNYAYI ŞEKİLLENDİR

MATHEUM

SIFIR NOKTASINDAN ÇÖZÜME

Bağlam • Analitik Düşünme • Modelleme • Akıl Yürütme

Matematiksel Düşünme Becerilerini Geliştirme Kitabı

Ortaokul ve Lise Öğrencileri için Uygulamalı Kaynak Kitap

Önsöz: Bu Kitap Neden Farklı?	5
Kitap Nasıl Kullanılır?	5
Zorluk Dereceleri.....	5
Bu Kitap Bir Çalışma Kitabıdır	6
Bölüm 1 — Bağlamı Anlama	7
1.1 Bu Beceri Nedir?	7
1.2 Neden Önemli?	7
1.3 Yöntem: Dört Adımda Bağlam Okuma.....	7
1.4 Örnek Çözüm: Acil Durum Kampı Verisi	7
1.5 Uygulamalar.....	8
1.6 Öz Değerlendirme.....	9
Bölüm 2 — Analitik Düşünme	10
2.1 Bu Beceri Nedir?	10
2.2 Neden Önemli?	10
2.3 Yöntem: Zihin Haritası ve Dörtlü Sınıflandırma.....	10
2.4 Örnek Çözüm: Kampın Değişkenleri.....	10
2.5 Uygulamalar.....	11
2.6 Öz Değerlendirme.....	13
Bölüm 3 — Matematiksel Modelleme	14
3.1 Bu Beceri Nedir?	14
3.2 Neden Önemli?	14
3.3 Yöntem: Beş Adımda Model Kurma	14
3.4 Örnek Çözüm: Kampın Su Modeli	14
3.5 Uygulamalar.....	14
3.6 Öz Değerlendirme.....	17
Bölüm 4 — Akıl Yürütme ve Karar Verme	18
4.1 Bu Beceri Nedir?	18
4.2 Neden Önemli?	18
4.3 Yöntem: Kriz Testi ve Savunma Şablonu	18
4.4 Örnek Çözüm: İki Kriz Kartı	18
4.5 Uygulamalar.....	19
4.6 Öz Değerlendirme.....	20
Bölüm 5 — Büyük Uygulama: Sıfır Noktası Projesi.....	21
Aşama 1 — Bilgi Dedektifliği (Bölüm 1'i uygulayın)	21
Aşama 2 — Parçala ve Yönet (Bölüm 2'yi uygulayın)	21
Aşama 3 — Kampın Matematiği (Bölüm 3'ü uygulayın).....	22
Aşama 4 — Çöküş Testi ve Büyük Konsey (Bölüm 4'ü uygulayın).....	22
Bölüm 6 — Ek Uygulama Bankası	23
● Beyin Fırtınası — Vaka A — Okul Kantini Krizi	23
● Meydan Okuma — Vaka B — Deprem Sonrası Geçici Barınma	24

● Meydan Okuma — Vaka C — Bir Turun Rotası (Königsberg'den İlham)	25
● Beyin Fırtınası — Vaka D — Sınıfın İklim Araştırması.....	25
Çözümler ve Örnek Yanıtlar	27
Bölüm 1 — Bağlamı Anlama.....	27
Bölüm 2 — Analitik Düşünme	28
Bölüm 3 — Matematiksel Modelleme.....	29
Bölüm 4 — Akıl Yürütme ve Karar Verme.....	30
Bölüm 5 — Büyük Uygulama: Sıfır Noktası Projesi	31
Bölüm 6 — Ek Uygulama Bankası.....	31
Değerlendirme Rubriği	33
Öğretmenler ve Eğitimciler İçin Not.....	33

Önsöz: Bu Kitap Neden Farklı?

Elinizdeki kitap, matematiği “formül ezberleme” alışkanlığından çıkarıp, gerçek hayattaki karmaşık ve düzensiz durumları anlamlandırmak için kullanılan bir düşünme dili olarak sunar. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM), öğrenciden bilgiyi tekrar etmesini değil; bilgiyi kullanarak sorun çözmesini, değer üretmesini ve adil kararlar almasını bekler. Bu kitap, tam olarak bu beklentiye hizmet edecek şekilde tasarlanmıştır.

Kitap boyunca dört temel beceriyi tek tek işleyeceksiniz:

- Bağlamı Anlama — Karmaşık bir durumu okuyup asıl problemi tespit edebilme
- Analitik Düşünme — Büyük bir problemi yönetilebilir parçalara ayırabilme
- Matematiksel Modelleme — Gerçek değişkenleri denklem ve şekillere dönüştürebilme
- Akıl Yürütme ve Karar Verme — Kurduğu modeli savunabilme, değişen şartlara göre revize edebilme, kararlarını erdem ve adalet süzgecinden geçirebilme

Kitap Nasıl Kullanılır?

Her bölüm aynı düzende ilerler, böylece hangi beceriyi çalıştığınızı hiç kaybetmezsiniz:

1. Beceri Nedir? — Kısa ve sade bir tanım.
2. Neden Önemli? — Bu becerinin gerçek hayattaki karşılığı.
3. Yöntem — Beceriye adım adım nasıl uygulayacağınız.
4. Örnek Çözüm — Yöntemin gerçek bir senaryo üzerinde gösterilmesi.
5. Uygulamalar — Kendi başınıza ya da grubunuzla çözeceğiniz yeni senaryolar.
6. Öz Değerlendirme — Beceriye ne kadar kazandığınızı kontrol edeceğiniz kısa liste.

Bireysel mi, grup mu?

Uygulamalar hem bireysel çalışma hem de 4-5 kişilik gruplarla sınıf içi etkinlik olarak kullanılabilir. Grup çalışmasında her üye bir rol üstlenebilir: Veri Okuyucu, Hesaplayıcı, Çizimci, Sözcü.

Zorluk Dereceleri

Her uygulamanın ve vakanın başında, o çalışmanın zorluk derecesini gösteren bir rozet bulunur. Ortaokul ve lise öğrencilerinin soyutlama düzeyi farklı olduğundan, bu rozetler size hangi çalışmadan başlayabileceğiniz konusunda yol gösterir:

-  Isınma Turu — Doğrudan günlük hayattan, az soyutlama gerektiren çalışmalar.
-  Beyin Fırtınası — Birkaç adımlı akıl yürütme ya da orta düzey soyutlama gerektiren çalışmalar.
-  Meydan Okuma — İleri düzey soyutlama (graf teorisi, modüler aritmetik vb.) içeren, lise öğrencilerine daha uygun çalışmalar.

Ortaokul öğrencileri için  ve  işaretli çalışmalarla başlamanız,  işaretlileri ise öğretmen rehberliğinde denemeniz önerilir. Lise öğrencileri kitaptaki tüm seviyeleri sırayla çalışabilir.

Bu Kitap Bir Çalışma Kitabıdır

Sayfaları çevirirken üç tür yardımcı alanla karşılaşacaksınız:

- Sınıflandırma Matrisi — Analitik Düşünme uygulamalarında, dört kutulu tabloyu doldurmanız için boş bir matris hazır olarak verilir.
- Çizim / Hesaplama Alanı — Modelleme uygulamalarında, milimetrik kağıt desenli bir alanda geometrik modelinizi ölçekli çizebilir ya da hesaplamalarınızı yapabilirsiniz.
- 💡 İpucu / Alet Çantası — Tıkandığınızda size küçük bir hatırlatma yapan, çözümü vermeyen ama doğru yöne yönlendiren kutucuklardır.

Kitabın 5. Bölümünde, bu dört beceriyi aynı anda kullanmanızı gerektiren büyük bir uygulama — “Sıfır Noktası Projesi” — yer alır. 6. Bölümde ise öğrendiklerinizi yeni ve farklı senaryolara taşımanız için ek bir uygulama bankası bulacaksınız. Kitabın sonundaki değerlendirme rubriği ile hem kendinizi hem de arkadaşlarınızı değerlendirebilirsiniz.

Unutmayın: Bu kitapta “doğru cevap” aramıyoruz; mantıklı, gerekçeli ve savunulabilir bir düşünce süreci arıyoruz. İyi çalışmalar!

Bölüm 1 — Bağlamı Anlama

1.1 Bu Beceri Nedir?

Bağlamı anlama, elinize geçen bilgi yığınının içinden “asıl problem ne?” sorusunun cevabını çıkarabilme becerisidir. Gerçek hayatta size hiç kimse “şu formülü kullan” demez; önünüze sadece veriler, tablolar, grafikler ve bazen gereksiz ayrıntılar konur. İşiniz, bu karmaşanın

içinden neyin önemli neyin önemsiz olduğunu ayıklamaktır.

1.2 Neden Önemli?

Okul problemlerinde veriler zaten temizlenmiş ve sadeleştirilmiş olarak size sunulur. Ancak bir belediye başkanı, bir mühendis ya da bir doktor elindeki ham veriyle çalışır; hangi sayının işine yarayacağına kendisi karar vermek zorundadır. Bu bölüm, sizi tam olarak bu gerçek dünya becerisine hazırlar.

1.3 Yöntem: Dört Adımda Bağlam Okuma

1. Veriyi Yargılamadan Tara — Önce hiçbir hesaplama yapmadan bütün veriyi (metin, tablo, grafik) baştan sona okuyun.
2. Anahtar Soruyu Bulun — Kendinize sorun: “Burada asıl risk ya da ihtiyaç ne?”
3. Gereksiz Bilgiyi Ayıklayın — Hangi sayılar sonuca etki etmiyor? Onları bir kenara ayırın.
4. Durum Raporu Yazın — Bütün durumu, hiç sayı kullanmadan, 3-4 cümleyle kendi kelimelerinizle özetleyin.

1.4 Örnek Çözüm: Acil Durum Kampı Verisi

Aşağıdaki veri paketi bir grup öğrenciye verilmiştir:

- Bölgenin aylık sıcaklık ve yağış grafikleri
- Depolardaki toplam yiyecek ve su miktarı (10.000 litre su)
- Kamptaki 500 kişinin yaş dağılımı (bebekler, yaşlılar, gençler)

♦ Dört Adımın Uygulanışı

- 1) Tarama: Öğrenciler önce hiçbir hesap yapmadan bütün verileri okur; sıcaklık grafiğinde yaz aylarında belirgin bir artış, yaş dağılımında bebek ve yaşlı oranının yüksek olduğu fark edilir.
- 2) Anahtar Soru: “Su, 500 kişiye yetecek kadar mı, yoksa asıl tehlike sıcaklığın suyu daha hızlı tüketmesi mi?”
- 3) Ayıklama: Depolardaki yiyecek miktarı bu aşamada öncelikli değildir (su daha kritik); bir kenara not edilir, atılmaz.
- 4) Durum Raporu: “Kampımızda 500 kişi var ve bunların önemli bir kısmı bebek ve yaşlı; bu gruplar suya diğerlerinden daha bağımlı. Yaz ayında sıcaklığın artmasıyla su tüketimi hızlanacak ve elimizdeki 10.000 litre yeterli olmayabilir. Asıl problemimiz, kısıtlı suyu güvenli şekilde paylaşmak.”

1.5 Uygulamalar

Isınma Turu — Uygulama 1.1 — Okul Gezisi Bütçe Krizi

Senaryo

40 öğrencilik bir sınıf, 3 günlük bir doğa kampına gidecek. Elinizde şu bilgiler var: okulun ayırdığı toplam bütçe, otobüs kiralama fiyatı, kişi başı yemek maliyeti, geçen yıl aynı geziye katılan 35 öğrencinin geri bildirim anketi, bölgenin hava durumu tahmini ve iki farklı konaklama tesisinin fiyat teklifi.

Görev

Yukarıdaki dört adımı uygulayarak bir Durum Raporu yazın. Hangi bilgiler asıl karara etki eder, hangileri sizi yanıltmak için oradadır? Geri bildirim anketi bu karar için gerçekten gerekli mi, yoksa dikkat dağıtan bir bilgi mi? Gerekçelendirin.

Beyin Fırtınası — Uygulama 1.2 — Kütüphane Dağıtım Problemi

Senaryo

Bir belediye, 5 farklı mahalle okuluna toplam 1.200 kitap dağıtacak. Elinizde: her okulun öğrenci sayısı, her okulun mevcut kitap sayısı, mahallelerin sosyoekonomik verileri, okulların kütüphane alanı (m²) ve geçen yılki okuma yarışması sonuçları var.

Görev

Asıl problem nedir: “eşit dağıtım” mı, yoksa “ihtiyaca göre dağıtım” mı? Durum Raporunuzda bu ayrımı netleştirin ve hangi verinin bu ayrımı yapmanıza yardımcı olduğunu belirtin.

Isınma Turu — Uygulama 1.3 — Bilimsel Gösterimler Neden Var?

Senaryo

Bilim insanları çoğu zaman çok büyük ya da çok küçük sayılarla çalışır. Elinizde şu üç bilgi var: bir gezegenin Dünya'ya en yakın konumdaki uzaklığı yaklaşık 2,57 milyar kilometre; bir nötronun kütlesi virgülden sonra 23 sıfırla ifade edilebilecek kadar küçük bir gram değeri; 100 metre koşusunda dünya rekoru 9,58 saniye.

Görev

Bu üç veriden hangileri üslü/bilimsel gösterime gerçekten ihtiyaç duyar, hangisi zaten alışık olduğumuz ondalık gösterimle yeterince anlaşılırdır? Asıl problem “bu sayıyı nasıl yazarım” değil, “hangi durumda hangi gösterim biçimi asıl ihtiyacı karşılar” sorusudur. Durum Raporunuzda bu ayrımı yapıp gerekçelendirin.

🌀 Beyin Fırtınası — Uygulama 1.4 — Bir İş İlanının Sayısal Dili

🔍 Senaryo

Bir iş ilanında şu koşullar yer alıyor: 25-35 yaş arasında olmak, hafta içi 08.30-17.30 saatleri arasında çalışabilmek, sektörde en az 3 yıl deneyimli olmak, ayda 25.000-30.000 TL arası kazanç imkânı, en az lise mezunu olmak, işe alım sınavından en az 70 puan almak.

🔍 Görev

Bu koşulların her biri aslında bir sayı aralığı ya da eşitsizlik ifade eder. Hangileri “kesin sınır” (karşılanmazsa aday elenir), hangileri daha “esnek/pazarlık payı olabilecek” koşullardır? Durum Raporunuzda, bu ilana başvuracak bir aday için asıl belirleyici olan iki koşulu seçip nedenini açıklayın.

1.6 Öz Değerlendirme

Aşağıdaki maddelerden hangilerini rahatlıkla yapabildiğinizi işaretleyin:

Gösterge	✓
Veriyi hemen hesaplamaya geçmeden önce baştan sona okudum.	
“Asıl problem ne?” sorusunu net bir cümleyle ifade edebildim.	
Hangi bilgilerin gereksiz/dikkat dağıtıcı olduğunu belirledim.	
Durumu sayı kullanmadan, kendi cümlelerimle özetleyebildim.	

Bölüm 2 — Analitik Düşünme

2.1 Bu Beceri Nedir?

Analitik düşünme, bağlamını anladığınız büyük ve karmaşık bir problemi, üzerinde tek tek çalışabileceğiniz küçük parçalara ayırma becerisidir. Bir problemi bir bütün olarak çözmeye çalışmak neredeyse her zaman kafa karışıklığına

yol açar; oysa doğru parçalara ayrılmış bir problem, kendiliğinden bir çözüm yolu gösterir.

2.2 Neden Önemli?

Mühendislik, tıp, ekonomi gibi alanlarda karşılaşılan sorunlar tek bir değişkene bağlı değildir; onlarca değişken aynı anda etkileşim halindedir. Bu değişkenleri ayırt edip önceliklendirmeden hiçbir hesaplama anlamlı olmaz.

2.3 Yöntem: Zihin Haritası ve Dörtlü Sınıflandırma

1. Beyin Fırtınası — Problemi etkileyen bütün değişkenleri, sırayı düşünmeden, tek tek not edin (post-it ya da liste).
2. Zihin Haritası Çıkarın — Bu değişkenleri birbirine yakınlık/ilişki derecesine göre bir kağıda yerleştirin.
3. Dörtlü Sınıflandırma Yapın — Her değişkeni şu dört kutudan birine yerleştirin:

i Sınıflandırma Kutuları

Acil ve Hayati — Hemen çözülmezse sonuçları geri döndürülemez olan etkenler.

Önemli ama Bekleyebilir — Etkisi büyük ama zaman baskısı düşük etkenler.

Kontrol Edebileceklerimiz — Üzerinde doğrudan karar alabileceğimiz etkenler.

Kontrol Edemeyeceklerimiz — Hava durumu gibi dışsal, bize bağlı olmayan etkenler.

2.4 Örnek Çözüm: Kampın Değişkenleri

♦ Sınıflandırma Tablosu

Acil ve Hayati: günlük içme suyu, bebeklerin ve hastaların ilaç ihtiyacı.

Önemli ama Bekleyebilir: çadırların büyüklüğü, tuvalet/temizlik suyu düzeni.

Kontrol Edebileceklerimiz: güneş panelinin açısı, su dağıtım programı, çadır yerleşim planı.

Kontrol Edemeyeceklerimiz: hava durumu, olası yeni afetzedeler grupları, deponun fiziksel kapasitesi.

Bu sınıflandırma sayesinde grup, önce “Acil ve Hayati” kutusundaki iki maddeye odaklanmaya karar verir — kaos, yönetilebilir bir öncelik listesine dönüşmüştür.

2.5 Uygulamalar

Isınma Turu — Uygulama 2.1 — Okul Gezisi Değişkenleri

Görev

Uygulama 1.1'deki okul gezisi senaryosuna dönün. Bu problemi etkileyen en az 10 değişken belirleyin (bütçe, ulaşım, hava durumu, öğrenci sağlık durumu, öğretmen sayısı vb.) ve bunları dörtlü sınıflandırma tablosunda gruplandırın.

Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati	Önemli ama Bekleyebilir
Kontrol Edebileceklerimiz	Kontrol Edemeyeceklerimiz

Beyin Fırtınası — Uygulama 2.2 — Bir Sınıfın Ders Programı Problemi

Senaryo

Bir okul, sınırlı sayıda derslik ve öğretmenle 8 farklı sınıfın haftalık ders programını hazırlamak zorunda. Bazı öğretmenler birden fazla dersi veriyor, bazı dersliklerde laboratuvar ekipmanı var, öğle arası saatleri sabit.

Görev

Bu problemi etkileyen değişkenleri listeleyip dörtlü tabloda sınıflandırın. Hangi değişkenler “Kontrol Edemeyeceklerimiz” kutusuna girer? Bu kutunun dolu olması planlamayı nasıl zorlaştırır?

Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati	Önemli ama Bekleyebilir

Kontrol Edebileceklerimiz

Kontrol Edemeyeceklerimiz

 Meydan Okuma — Uygulama 2.3 — Königsberg'in Yedi Köprüsü

 Senaryo

1736 yılında matematikçi Euler, içinden bir nehrin geçtiği ve üzerinde 7 köprü bulunan bir şehirle ilgilenir: bir kişi şehirdeki her köprüden yalnızca bir kez geçerek başladığı noktaya geri dönebilir mi? Şehirde nehrin oluşturduğu 4 kara parçası (iki yaka ve iki ada) ve bunları birbirine bağlayan 7 köprü vardır.

 Görev

Bu problemi analitik düşünmenin adımlarıyla ele alın: önce şehri etkileyen bütün değişkenleri (kara parçaları, köprüler, her kara parçasına bağlı köprü sayısı) bir zihin haritasına dökün. Ardından her kara parçasını “kaç köprüye bağlı olduğuna” göre sınıflandırın (çift sayıda / tek sayıda bağlantılı). Bu sınıflandırma, rotanın mümkün olup olmadığı sorusuna nasıl bir ipucu veriyor?

 İpucu / Alet Çantası

Bir kara parçasına bağlı köprü sayısına o kara parçasının “derecesi” denir. Bir bölgeden geçip tekrar aynı bölgeye dönmek için, oraya giren her köprünün bir de çıkan eşi olmalıdır — bu yüzden derecenin çift sayı olması gerekir.

 Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati

Önemli ama Bekleyebilir

Kontrol Edebileceklerimiz

Kontrol Edemeyeceklerimiz

🌀 Beyin Fırtınası — Uygulama 2.4 — Cezeri'nin Fil Saatinin Bileşenleri

🔧 Senaryo

1206 yılında mühendis Cezeri, su gücüyle çalışan ve yarım saatte bir sesli uyarı veren bir “fil saati” tasarlar. Sistem sırasıyla şöyle işler: su dolu bir hazne → içine yerleştirilen ve yavaşça batan bir kap → kap tam battığında devreye giren bir tetikleyici → çekiç mekanizması → çan sesi → sistemin yeniden kurulması.

🔧 Görev

Bu mekanizmanın bileşenlerini dörtlü sınıflandırma tablosuna yerleştirin: hangi bileşen “Acil ve Hayati” (bozulursa saat hiç çalışmaz), hangisi “Kontrol Edebileceğimiz” (örneğin kabın batma hızını belirleyen gözenek boyutu), hangisi tekrarlanan/döngüsel bir parçadır? Bu sınıflandırma, sistemi tasarlayan bir mühendise ne gibi bir avantaj sağlar?

🔧 Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati	Önemli ama Bekleyebilir
Kontrol Edebileceklerimiz	Kontrol Edemeyeceklerimiz

2.6 Öz Değerlendirme

Gösterge	✓
Problemi etkileyen değişkenleri sıraya koymadan önce hepsini listeledim.	
Değişkenleri dört kategoriye ayırırken gerekçemi açıklayabildim.	
“Acil ve Hayati” kutusundaki maddelere öncelik verdim.	
Kontrol edemeyeceğim etkenleri planımda bir risk olarak not ettim.	

Bölüm 3 — Matematiksel Modelleme

3.1 Bu Beceri Nedir?

Matematiksel modelleme, önceki bölümde sınıflandırdığınız değişkenleri denklemlere, formüllere ya da geometrik çizimlere dönüştürme becerisidir. Burada matematik artık bir test

sorusunu çözme aracı değil; gerçek bir durumu tanımlayan bir dildir.

3.2 Neden Önemli?

Bir model kurmak, “bu durumda ne olur?” sorusunu binlerce kez elle denemeden cevaplamanızı sağlar. İyi kurulmuş bir model, değişen şartlarda (örneğin bir kriz anında) hızlıca yeniden hesaplama yapmanıza imkân tanır.

3.3 Yöntem: Beş Adımda Model Kurma

1. Varsayımlarınızı Belirleyin — “Şunu sabit kabul ediyoruz” diyerek modeli basitleştirin.
2. Değişkenleri Adlandırın — Her büyüklüğe bir sembol verin (x, y, z...).
3. İlişkiyi Denkleme Dökün — Değişkenler arasındaki matematiksel bağlantıyı yazın.
4. Geometrik/Görsel Modeli Çizyin — Mümkünse durumu bir şekil, harita ya da grafikte destekleyin (optimizasyon için faydalıdır).
5. Modeli Test Edin — Gerçekçi sayılar yerine koyup sonucun mantıklı olup olmadığını kontrol edin.

3.4 Örnek Çözüm: Kampın Su Modeli

◆ Adım Adım Model

Varsayım: Yağmur yağmayacağını ve tek su kaynağının depodaki 10.000 litre olduğunu kabul ediyoruz.

Değişkenler: x = kişi başı günlük su tüketimi (litre), y = gün sayısı, n = kişi sayısı (500).

Denklem: Toplam Su İhtiyacı = $n \times x \times y$. Bebekler ve yetişkinler için farklı x değerleri (x_bebek, x_yetişkin) tanımlanarak model detaylandırılabilir.

Geometrik Model: Su depoları, çadırlar ve güneş panelleri milimetrik kağıda, en az boru/kablo kullanımını sağlayacak şekilde (bir optimizasyon problemi olarak) yerleştirilir.

Test: $10.000 \text{ litre} \div (500 \times 4 \text{ litre/gün}) = 5 \text{ gün}$. Model, kampın mevcut suyla sadece 5 gün dayanabileceğini gösterir — bu bulgu, ekibi ya tüketimi azaltmaya ya da yeni kaynak aramaya yönlendirir.

3.5 Uygulamalar

● Isınma Turu — Uygulama 3.1 — Okul Gezisi Bütçe Modeli

🔪 Görev

Uygulama 1.1'deki gezi senaryosu için kendi bütçe denkleminizi kurun. Otobüs, konaklama ve yemek maliyetlerini değişkenlere dönüştürün; toplam maliyetin öğrenci sayısına göre nasıl değiştiğini gösteren bir formül yazın. Okulun bütçesi yetmezse hangi değişkeni değiştirerek modeli “kurtarabileceğinizi” tartışın.

 Hesaplama / Çizim Alanı

 Beyin Fırtınası — Uygulama 3.2 — Sınıf Kütüphanesi Yerleşim Modeli

 Senaryo

8m × 6m boyutlarında bir odaya, kitap raflarını ve okuma masalarını en az yürüme mesafesi kaybıyla, ama en fazla öğrenciye yer açacak şekilde yerleştirmeniz isteniyor.

 Görev

Bir geometrik yerleşim modeli çizin (ölçekli, milimetrik kağıt mantığıyla). Modelinizi “en fazla öğrenci kapasitesi” ve “en kısa yürüme mesafesi” arasında bir denge kurarak açıklayın.

 Kütüphane Yerleşim Planınızı Buraya Çizin (1 kare ≈ 0,5 m)

 Beyin Fırtınası — Uygulama 3.3 — Tales ve Piramidin Yüksekliği

 Senaryo

Antik Yunan matematikçisi Tales, Mısır piramitlerinin yüksekliğini doğrudan ölçmeden bulmak ister. Yaptığı şey: yere dik bir çubuk diker, aynı anda hem çubuğun hem de piramidin oluşturduğu gölgelerin uzunluklarını ölçer. Çubuğun boyu ile gölgesi arasındaki oranın, piramidin yüksekliği ile gölgesi arasındaki oranla aynı olacağını varsayar.

 Görev

Varsayımınızı yazın (güneş ışınlarının paralel olduğunu kabul edin). Çubuğun boyu, çubuğun gölgesi ve piramidin gölgesi arasındaki oranı kullanarak piramidin yüksekliğini veren bir denklem kurun. Şu örnek sayılarla modelinizi test edin: çubuk 1,5 metre, çubuğun gölgesi 2 metre, piramidin gölgesi 240 metre. Piramidin yüksekliği kaç metredir?

İpucu / Alet Çantası

Aynı anda ölçülen iki gölge, güneş ışınları paralel kabul edildiği için orantılıdır: (çubuğun boyu) / (çubuğun gölgesi) = (piramidin yüksekliği) / (piramidin gölgesi).

 Çubuk-Gölge-Piramit Şemanızı Buraya Çizin

Meydan Okuma — Uygulama 3.4 — İğne Deliği Fotoğraf Makinesi

 Senaryo

Karanlık bir kutunun bir yüzeyine açılan küçük bir delikten giren ışık, kutunun karşı yüzeyinde dışarıdaki nesnenin baş aşağı bir görüntüsünü oluşturur (camera obscura / iğne deliği kamera). Nesnenin delikten uzaklığı ile kutunun derinliği (deliğin görüntü yüzeyine uzaklığı), oluşan görüntünün büyüklüğünü belirler.

 Görev

Nesnenin boyu, nesnenin delikten uzaklığı ve kutunun derinliği arasındaki geometrik ilişkiyi (benzer üçgenler mantığıyla) bir orantı olarak ifade edin. Modelinizi kullanarak: nesne kutuya yaklaştıkça oluşan görüntü büyür mü küçülür mü? Tahmininizi modelinizle gerektiriniz.

İpucu / Alet Çantası

Hatırlatma: Benzer üçgenlerde, tabanların oranı yüksekliklerin oranına eşittir. Burada “taban” nesnenin ve görüntünün boyu, “yükseklik” ise nesnenin delikten uzaklığı ve kutunun derinliğidir.

 Işık Işınları ve Benzer Üçgenleri Buraya Çizin

3.6 Öz Değerlendirme

Gösterge	✓
Modelimin dayandığı varsayımları açıkça yazdım.	
Her değişkene anlamlı bir sembol ve birim verdim.	
Değişkenler arasındaki ilişkiyi bir denklemle ifade ettim.	
Modelimi gerçekçi sayılarla test edip sonucu yorumladım.	

Bölüm 4 — Akıl Yürütme ve Karar Verme

adım yer alır: matematik, erdemden ayrı düşünülemez.

4.1 Bu Beceri Nedir?

Akıl yürütme, kurduğunuz modelin değişen ve beklenmedik şartlar karşısında hâlâ işe yarayıp yaramadığını sınıama; işe yaramıyorsa modeli revize etme ve aldığınız kararı hem mantıkla hem de değerlerle (adalet, dayanışma) savunabilme becerisidir. TYMM'nin kalbinde tam olarak bu

4.2 Neden Önemli?

Gerçek hayatta hiçbir plan, kurulduğu haliyle sonuna kadar geçerli kalmaz. Beklenmedik bir olay (bir “kriz kartı”) modelinizi çökertebilir. Önemli olan, çökmek değil; çöktüğünde modelinizi hızlıca ve akılcı biçimde yeniden kurabilmektir.

4.3 Yöntem: Kriz Testi ve Savunma Şablonu

1. Kriz Kartını Okuyun — Modelinizi bozan yeni bir koşulu tanımlayın.
2. Modelinizi Yeniden Çalıştırın — Yeni koşulla denkleminiz/planınız hâlâ geçerli mi? Nerede çöküyor?
3. Modeli Revize Edin — Hangi değişkeni değiştirerek modeli ayakta tutabilirsiniz?
4. Kararınızı Savunun — İddia (ne yapacaksınız), Gerekçe (neden), Kanıt (hangi hesap/veri), Değer (bu adil/insani mi?) sırasıyla açıklayın.

4.4 Örnek Çözüm: İki Kriz Kartı

♦ Kriz Kartı 1 — Sıcak Hava Dalgası

Durum: Beklenmedik bir sıcak hava dalgası geldi, su buharlaşması arttı, mevcut suyun %20'si azaldı.

Model Testi: 10.000 litre yerine 8.000 litre kaldı; 5 günlük dayanma süresi 4 güne düşer.

Revizyon: Kişi başı günlük tüketim (x) 4 litreden 3,2 litreye indirilerek modelin 5 gün dayanması yeniden sağlanabilir.

Savunma: “Tüketimi azaltmak zorunludur; ancak bebekler ve hastalar için x _bebek değerini sabit tutup kısıtlamayı sadece sağlıklı yetişkinlere uygulayarak adaleti koruyoruz.”

♦ Kriz Kartı 2 — 100 Kişilik Yeni Grup

Durum: Komşu bölgeden 100 kişilik yeni bir afetzede grubu kampa sığındı; erzak sadece mevcut 500 kişiye yetecek kadardı.

Model Testi: $n = 500$ yerine $n = 600$ olduğunda mevcut su/gün oranı yetersiz kalır.

Öğretmenin Sorusu: “Yeni gelenleri reddetmek matematiksel olarak sizi kurtarabilir. Peki bu, insanlık değeri olarak doğru mu?”

Savunma Örneği: “Modelimizi $n = 600$ olacak şekilde yeniden kurup, günlük tüketimi biraz daha kısarak herkesi dahil ediyoruz; çünkü adalet ve dayanışma, kısa vadeli konforun önündedir. Bu kararın matematiksel bedelini (kişi başı 0,5 litre azalma) açıkça hesapladık ve topluluğa bildirdik.”

4.5 Uygulamalar

● Isınma Turu — Uygulama 4.1 — Gezi Bütçesine Kriz Kartı

✎ Kriz Kartı

Otobüs firması son anda fiyatını %15 artırdı. Modelinizi (Uygulama 3.1) yeniden çalıştırın: bütçe hâlâ yetiyor mu? Hangi kalemi kısararak dengeyi sağlarsınız? Kararınızı İddia-Gerekçe-Kanıt-Değer şablonuyla savunun.

● Beyin Fırtınası — Uygulama 4.2 — Kütüphaneye Kriz Kartı

✎ Kriz Kartı

Bağışçı bir kurum, kitapların yarısını sadece tek bir okula vermek şartıyla bağışlamak istiyor. Bu, Uygulama 1.2 ve 2.1'de kurduğunuz adil dağıtım modelinizle çelişiyor. Bu teklifi kabul eder misiniz? Matematiksel kazancı ve etik bedeli karşılaştırarak kararınızı savunun.

● Meydan Okuma — Uygulama 4.3 — Şifreleme Anahtarında Kriz

✎ Senaryo

İki cihaz, güvenli bir şekilde mesajlaşabilmek için ortak bir gizli anahtar üretir; bunun için üslü sayılar ve bölümden kalan bulma işlemini kullanırlar. Her iki cihaz da kendi hesapladığı gizli anahtar değerini karşılaştırır; değerler eşitse iletişim güvenli sayılır.

✎ Kriz Kartı

Cihazlardan biri bir yazılım hatası nedeniyle hesaplama sırasında yanlış bir taban değeri kullandı ve iki cihazın bulduğu gizli anahtar değerleri birbirini tutmuyor.

✎ Görev

Algoritmanızı yeniden çalıştırın: hata modelin hangi adımında ortaya çıkar? Sistemin “güvenli iletişim kurulamaz” kararını vermesi neden doğru bir tasarımıdır (güvenlik değeri açısından savunun)? Bu hatanın fark edilmemesi hangi riski doğurur?

💡 İpucu / Alet Çantası

Hatırlatma: “%” sembolü burada bölümden kalanı ifade eder (mod işlemi). Örneğin $17 \% 5 = 2$, çünkü 17'yi 5'e böldüğümüzde kalan 2'dir.

● Beyin Fırtınası — Uygulama 4.4 — Isınan Bir Şehirde Karar Vermek

✎ Senaryo

1850-2023 yılları arasındaki küresel ortalama sıcaklık verileri, zaman içinde yükselen bir eğilim gösteriyor; 2021 yılında ortalama sıcaklık, sanayi öncesi döneme göre $1,1^{\circ}\text{C}$ daha yüksek ölçülmüştür.

Kriz Kartı

Yeni yayınlanan bir veri, artışın son 20 yılda önceki tahminlerden daha hızlı gerçekleştiğini gösteriyor.

Görev

Bu yeni veri, önceki yıllara dayalı beklentinizi nasıl değiştirir? Bir okulun bu veriye dayanarak alabileceği iki farklı önlemi (örneğin bahçeye gölge ağacı dikmek ya da sınıflara iklimlendirme yapmak) karşılaştırın; hangisinin daha öncelikli olması gerektiğini aciliyet, maliyet ve sürdürülebilirlik açısından gerekçelendirin.

Beyin Fırtınası — Uygulama 4.5 — Üç Yazı Tura ile Karar Vermek**Senaryo**

Bir oyunda üç madenî para aynı anda atılıyor. Olası tüm çıktılar bir ağaç diyagramıyla gösterilebilir (YYY, YYT, YTY, TYY, YTT, TYT, TTY, TTT gibi 8 farklı sonuç).

Kriz Kartı

Oyunun kuralına göre “en az 2 tura gelirse” oyuncu kazanıyor. Bir oyuncu itiraz ederek “bu kural adaletsiz, tura gelme ihtimali zaten daha yüksek” diyor.

Görev

Ağaç diyagramını kullanarak, 8 olası çıktıdan kaç tanesinde en az 2 tura geldiğini sayın. Oyuncunun itirazı matematiksel olarak haklı mı? Kararınızı, saydığınız çıktı sayılarına dayanarak savunun.

4.6 Öz Değerlendirme

Gösterge	✓
Kriz kartı geldiğinde modelimi yeniden test ettim, panik yapmadım.	
Modelimi hangi değişkeni değiştirerek revize edeceğimi belirledim.	
Kararımı sadece sayılarla değil, gerekçe ve değerlerle de savundum.	
Kararımın kimi etkilediğini (özellikle dezavantajlı grupları) düşündüm.	

Bölüm 5 — Büyük Uygulama: Sıfır Noktası Projesi

Şimdi sıra, dört beceriyi tek bir büyük projede birlikte kullanmaya geldi. Bu bölümü tek başınıza ya da 4-5 kişilik bir ekiple, sırasıyla dört aşamada tamamlayın. Her aşama, kitabın ilgili bölümünde öğrendiğiniz yöntemi birebir uygular.

Senaryo

Büyük bir doğal afet sonrası, 500 kişilik bir grubun acil durum kampına yerleştirilmesi gerekiyor. Su kısıtlı, enerji güneş panelleriyle sağlanacak ve herkesin adil biçimde beslenmesi gerekiyor. Siz, bu kampın Tasarım ve Yönetim Konseyi'siniz.

Aşama 1 — Bilgi Dedektifliği (Bölüm 1'i uygulayın)

Görev

Şu veri paketiyle bir Durum Raporu yazın: bölgenin aylık sıcaklık/yağış grafikleri, depolardaki 10.000 litre su ve yiyecek stoğu, 500 kişinin yaş dağılımı (bebek, yaşlı, genç oranı). Asıl tehlikenin ne olduğunu bir cümleyle ifade edin.

Aşama 2 — Parçala ve Yönet (Bölüm 2'yi uygulayın)

Görev

Kampın hayatta kalması için gereken bütün etkenleri (içme suyu, temizlik suyu, güneş paneli açısı, çadır büyüklüğü, ilaç ihtiyacı, vb.) listeleyin ve dörtlü sınıflandırma tablosuna yerleştirin.

Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati	Önemli ama Bekleyebilir
Kontrol Edebileceklerimiz	Kontrol Edemeyeceklerimiz

Aşama 3 — Kampın Matematiği (Bölüm 3'ü uygulayın)

 Görev

Varsayımlarınızı belirleyip 500 kişi için günlük su tüketim modelinizi kurun (Toplam Su = $n \times x \times y$).
Bebek ve yetişkin için ayrı oranlar tanımlayın. Ardından çadırları, güneş panellerini ve su depolarını en az boru/kablo kullanacak şekilde milimetrik kağıda yerleştiren bir geometrik model çizin.

 Kamp Yerleşim Planınızı Buraya Çizin (çadırlar, su depoları, güneş panelleri)

Aşama 4 — Çöküş Testi ve Büyük Konsey (Bölüm 4'ü uygulayın)

 Görev

Bölüm 4.4'teki iki kriz kartını (sıcak hava dalgası, 100 kişilik yeni grup) modelinize uygulayın. Modelinizi revize edin ve kararınızı İddia-Gerekçe-Kanıt-Değer şablonuyla sınıfa ya da ekibinize sunun (Büyük Konsey).

Bu dört aşamayı tamamladığınızda, elinizde sadece bir matematik defteri değil; gerçek bir kriz yönetim planı olacak: veriye dayalı, gerekçeli ve adil.

Bölüm 6 — Ek Uygulama Bankası

Bir beceriyi gerçekten kazandığınızı anlamanın en iyi yolu, onu hiç görmediğiniz yeni bir bağlama taşıyabilmenizdir. Aşağıdaki iki vaka, dört beceriyi (Bağlam → Analitik Düşünme → Modelleme → Akıl Yürütme) sırasıyla uygulamanızı ister; ancak bu kez size hangi adımı ne zaman atacağınız söylenmeyecek.

Beyin Fırtınası — Vaka A — Okul Kantini Krizi

Senaryo

Okulunuzun kantini, 600 öğrenciye günde tek bir öğle arasında (20 dakika) hizmet vermek zorunda. Kantinde 2 kasa var, ortalama bir öğrencinin sipariş+ödeme süresi 45 saniye. Geçen ay yapılan bir ankette öğrencilerin %70'i "kuyrukta çok bekliyoruz" şikâyetinde bulundu.

Görevleriniz

- 1) Bağlam: Asıl problemi bir cümleyle tanımlayan bir Durum Raporu yazın.
- 2) Analitik Düşünme: Değişkenleri (kasa sayısı, süre, öğrenci sayısı, ürün çeşitliliği vb.) dörtlü tabloda sınıflandırın.
- 3) Modelleme: 20 dakikada kaç öğrencinin hizmet alabileceğini gösteren bir denklem kurun; mevcut durumda kaç öğrencinin kuyrukta kalacağını hesaplayın.
- 4) Akıl Yürütme: Kriz kartı — "Bütçe sadece 1 ek kasa açmaya yetiyor, YA DA kantin süresini 5 dakika uzatmaya yetiyor; ikisi birden değil." Hangisini seçersiniz? Kararınızı savunun.

Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati	Önemli ama Bekleyebilir
Kontrol Edebileceklerimiz	Kontrol Edemeyeceklerimiz

Meydan Okuma — Vaka B — Deprem Sonrası Geçici Barınma

 Senaryo

Bir deprem sonrası, 1.200 kişilik bir grup için bir stadyum sahasına geçici barınma alanları kurulacak. Sahanın alanı 8.000 m². Her aile ortalama 4 kişi. Kışa 3 hafta var ve bölgede gece sıcaklıkları hızla düşüyor. Elinizde: aile büyüklüğü dağılımı, mevcut çadır stoğu (250 adet), ısıtıcı stoğu (80 adet) ve sahanın zemin eğim haritası var.

Görevleriniz

- 1) Bağlam: Bu durumda dikkat dağıtıcı olabilecek bir bilgi var mı (örneğin zemin eğim haritası her zaman kritik mi)? Durum Raporunuzda gerekçelendirin.
- 2) Analitik Düşünme: Değişkenleri dörtlü tabloda sınıflandırın; “Kontrol Edemeyeceklerimiz” kutusuna neler girer?
- 3) Modelleme: 8.000 m²’lik alana kaç çadır sığdırabileceğinizi (yürüme yolları, güvenlik mesafesi dahil) gösteren basit bir geometrik/sayısal model kurun. Isıtıcı stoğu yetiyor mu?
- 4) Akıl Yürütme: Kriz kartı — “Çadır sayısı 250 iken, aile sayısı 300. Isıtıcı sayısı ise sadece 80 aileye yetiyor.” Kimlere öncelik verirsiniz (örn. bebekli aileler)? Bu tercihi hem matematiksel hem etik olarak savunun.

 Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati	Önemli ama Bekleyebilir
Kontrol Edebileceklerimiz	Kontrol Edemeyeceklerimiz

 Çadır Yerleşim Planınızı Buraya Çizin (1 kare $\approx$ 4 m²)

● Meydan Okuma — Vaka C — Bir Turun Rotası (Königsberg'den İlham)

Senaryo

Bir belediye, tarihi bir şehir merkezindeki 5 meydanı birbirine bağlayan 8 yaya köprüsü/geçidi üzerinden turistler için, her köprüden yalnızca bir kez geçilen bir tur rotası tasarlamak istiyor.

Görevleriniz

- 1) Bağlam: Bu problemde asıl soru “en kısa rota” mı, yoksa “her köprüden tam bir kez geçen bir rota var mı” sorusu mu? Durum Raporunuzda netleştirin.
- 2) Analitik Düşünme: Meydanları ve köprüleri bir zihin haritasında gösterin; her meydanın kaç köprüye bağlı olduğunu sınıflandırın.
- 3) Modelleme: Bu problemi bir “meydan — bağlı köprü sayısı” tablosuna dönüştürün.
- 4) Akıl Yürütme: Kriz kartı — “Bir köprü onarım nedeniyle kapatıldı.” Modelinizi (rotanızı) yeniden değerlendirin; rota hâlâ mümkün mü? Kararınızı gerekçelendirin.

İpucu / Alet Çantası

Uygulama 2.3'teki köprü kuralını hatırlayın: bir meydandan geçip devam edebilmek için oraya bir köprüden girip başka bir köprüden çıkmanız gerekir. Bu yüzden derece (bağlı köprü sayısı) çift olmayan meydanlar rotanın başlangıç ya da bitiş noktası olmak zorundadır.

Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati	Önemli ama Bekleyebilir
Kontrol Edebileceklerimiz	Kontrol Edemeyeceklerimiz

● Beyin Fırtınası — Vaka D — Sınıfın İklim Araştırması

Senaryo

Sınıfınız, okulun bulunduğu şehrin son 30 yıllık yıllık ortalama sıcaklık verilerini topladı. Veriler yıldan yıla dalgalanıyor, ama genel eğilim yukarı doğru.

Görevleriniz

- 1) Bağlam: Bu veri setinde “gürültü” (yıldan yıla olağan dalgalanma) ile “asıl eğilim” (uzun vadeli artış) birbirinden nasıl ayrılır?
- 2) Analitik Düşünme: Sıcaklık artışını etkileyebilecek etkenleri (küresel ısınma, kentleşme, ölçüm istasyonunun yeri değişmiş olması vb.) dördü tablodaki sınıflandırın — hangileri “Kontrol Edemeyeceklerimiz” kutusuna girer?
- 3) Modelleme: Verilerinizi kullanarak basit bir eğilim tahmini yapın: on yılda ortalama kaç derecelik bir artış gözleniyor?
- 4) Akıl Yürütme: Kriz kartı — “Okul yönetimi, bu veriye dayanarak bahçeye gölge ağaçları dikmeye mi yoksa sınıflara iklimlendirme almaya mı öncelik vermeli?” İki seçeneğin maliyet, sürdürülebilirlik ve adalet açısından karşılaştırıp bir öneri sunun.

Sınıflandırma Matrisi (doldurunuz)

Acil ve Hayati	Önemli ama Bekleyebilir
Kontrol Edebileceklerimiz	Kontrol Edemeyeceklerimiz

Çözümler ve Örnek Yanıtlar

Bu kitaptaki birçok uygulamada tek bir “doğru cevap” yoktur; aranan şey mantıklı, gerekçeli ve savunulabilir bir düşünce sürecidir. Aşağıdaki çözümler bu yüzden “yegâne doğru cevap” değil, güçlü birer örnek yanittir. Kendi cevabınızı bitirdikten sonra buradaki örnekle karşılaştırın; farklı bir sonuca ulaşırsanız, gerekçeniz sağlamısa bu da geçerli olabilir.

Bölüm 1 — Bağlamı Anlama

Uygulama 1.1 — Okul Gezisi Bütçe Krizi

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Asıl karara doğrudan etki eden veriler: okulun toplam bütçesi, otobüs kiralama fiyatı, kişi başı yemek maliyeti ve iki konaklama tesisinin fiyat teklifi — çünkü toplam maliyeti bunlar belirler.

Dikkat dağıtıcı/ikincil veriler: geçen yılki geri bildirim anketi (bütçe kararını değil, tesis tercihini etkileyebilir) ve hava durumu tahmini (güvenlik açısından önemli olsa da bütçe hesabına doğrudan girmez).

Örnek Durum Raporu: “Sınıfımız 3 günlük bir kampa gidecek ve toplam maliyet (ulaşım + konaklama + yemek) bütçeyi aşabilir. Asıl problemimiz, bu üç kalemin toplamının bütçeye sığıp sığmadığını hesaplamak ve sığmıyorsa hangi kalemden tasarruf yapılacağına karar vermektir.”

Uygulama 1.2 — Kütüphane Dağıtım Problemi

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Asıl problem “eşit dağıtım” değil, “ihtiyaca göre dağıtım” olmalıdır: sadece öğrenci sayısına göre bölüştürmek, mevcut kitabı zaten az olan bir okulu dezavantajlı bırakabilir.

Bu ayrımı yapmaya yardımcı olan veri: her okulun mevcut kitap sayısı (kitap açığını gösterir) ve sosyoekonomik veriler (aile başına kitaba erişimi düşük olan bölgeleri işaret eder).

Ayıklanabilecek veri: geçen yılki okuma yarışması sonuçları — bu, dağıtım kararına doğrudan bir girdi değildir.

Uygulama 1.3 — Bilimsel Gösterimler Neden Var?

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Gezegen mesafesi (yaklaşık 2,57 milyar km) ve nötron kütlesi (virgülden sonra 23 sıfırlı bir gram değeri) bilimsel/üslü gösterime gerçekten ihtiyaç duyar; bu sayıları ondalık biçimde yazmak hem çok uzun hem de basamak hatasına açıktır.

100 metre koşusundaki 9,58 saniyelik rekor ise günlük ölçekte bir sayıdır; olağan ondalık gösterim zaten yeterince anlaşılırdır, üslü gösterime gerek yoktur.

Gerekçe: üslü gösterime ihtiyacı belirleyen şey “sayının büyüklüğü değil”, “günlük deneyimimizin ölçeğinden ne kadar uzaklaştığıdır”.

Uygulama 1.4 — Bir İş İlanının Sayısal Dili

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Genellikle “kesin sınır” sayılan koşullar: en az 3 yıl deneyim ve sınavdan en az 70 puan almak — bunlar ölçülebilir, nesnel ve genelde esnetilmeyen eşiklerdir.

Daha “esnek” olabilecek koşullar: çalışma saatleri (bazı işverenler pazarlığa açık olabilir) ve maaş aralığı (aday güçlüyse üst sınırın üzerine çıkılabilir).

Bir aday için en belirleyici iki koşul genellikle deneyim yılı ve sınav puanıdır, çünkü bunlar başvuru aşamasında doğrudan elemeye yol açan, tartışmaya açık olmayan sayısal eşiklerdir.

Bölüm 2 — Analitik Düşünme

Uygulama 2.1 — Okul Gezisi Değişkenleri

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Acil ve Hayati: toplam bütçe sınırı, öğrencilerin sağlık/alerji durumu.

Önemli ama Bekleyebilir: konaklama tesisinin seçimi, öğretmen/öğrenci oranı.

Kontrol Edebileceklerimiz: ulaşım firması seçimi, yemek menüsü planı.

Kontrol Edemeyeceklerimiz: hava durumu, son dakika fiyat değişiklikleri.

Uygulama 2.2 — Bir Sınıfın Ders Programı Problemi

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Acil ve Hayati: laboratuvar gerektiren derslerin uygun dersliğe atanması.

Önemli ama Bekleyebilir: öğretmenlerin tercih ettiği saatler.

Kontrol Edebileceklerimiz: derslerin haftaki sırası, hangi dersin hangi dersliğe atandığı.

Kontrol Edemeyeceklerimiz: öğretmen sayısının sabit olması, öğle arası saatinin sabitliği — bu kutunun dolu olması, planlamayı ciddi şekilde kısıtlar çünkü değiştirilemeyen “sabitler” etrafında çözüm üretmek zorunda kalırsınız.

Uygulama 2.3 — Königsberg'in Yedi Köprüsü

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Şehirdeki 4 kara parçasının köprü bağlantı sayıları (dereceleri) şöyledir: ada 5 köprüye, diğer üç kara parçasının her biri 3 köprüye bağlıdır (toplam bağlantı sayısı $5+3+3+3=14$, yani 7 köprünün iki ucu).

Dört kara parçasının da tek sayıda köprüye bağlı olduğuna dikkat edin.

Euler'in bulduğu kural: başlangıç noktasına geri dönerek her köprüden yalnızca bir kez geçebilmek için bütün kara parçalarının çift sayıda köprüye bağlı olması gerekir. Königsberg'de dört kara parçası da tek sayıda bağlantıya sahip olduğundan, istenen rota mümkün değildir — Euler bunu 1736'da ispatlamıştır.

Uygulama 2.4 — Cezeri'nin Fil Saatinin Bileşenleri

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Acil ve Hayati: batan kap ve tetikleyici mekanizma (bunlar olmazsa saat hiç çalışmaz).

Kontrol Edebileceklerimiz: kabın gözenek boyutu — bu, kabın ne kadar sürede batacağını, dolayısıyla uyarı aralığını belirler.

Tekrarlanan/Döngüsel: su dolumu → batma → tetikleme → sıfırlama döngüsü.

Avantaj: sistemi bileşenlerine ayırmak, hangi parçanın süreyi belirlediğini (gözenek boyutu) net biçimde gösterir; bir mühendis saat süresini değiştirmek istediğinde tüm sistemi değil, sadece bu tek parçayı yeniden tasarlar.

Bölüm 3 — Matematiksel Modelleme

Uygulama 3.1 — Okul Gezisi Bütçe Modeli

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Model: Toplam Maliyet = Otobüs Ücreti + (Kişi Başı Yemek Maliyeti × Öğrenci Sayısı × Gün Sayısı) + Konaklama Ücreti.

Bütçe yetmediğinde en esnek değişkenler genellikle kişi başı yemek maliyeti (daha ekonomik bir menü seçilebilir) ve konaklama tesisi seçimidir; öğrenci sayısı ve gün sayısı genelde sabit tutulması gereken değişkenlerdir.

Uygulama 3.2 — Sınıf Kütüphanesi Yerleşim Modeli

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

8 m × 6 m = 48 m²'lik odada, raflar duvarlara yaslanacak şekilde yerleştirilirse orta alan okuma masaları için boşalır.

Yürüme güvenliği için masalar arasında yaklaşık 1 metrelik koridor bırakıldığında, kalan yaklaşık 24 m²'lik orta alana öğrenci başına 1,5 m² hesabıyla yaklaşık 12-16 öğrencilik oturma kapasitesi sağlanabilir.

Denge: rafları duvara yakın tutmak yürüme mesafesini kısaltır, masaları merkeze toplamak ise kapasiteyi artırır — ikisi arasındaki denge oda genişliğine göre ayarlanır.

Uygulama 3.3 — Tales ve Piramidin Yüksekliği

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Model: (çubuğun boyu) / (çubuğun gölgesi) = (piramidin yüksekliği) / (piramidin gölgesi).

Verilen sayılarla: $h / 240 = 1,5 / 2 \rightarrow h = (1,5 \times 240) / 2 = 180$ metre.

Piramidin yüksekliği bu modele göre 180 metre olarak bulunur — Tales'in gerçekte kullandığı yöntemle çok yakın bir hesaplamadır.

Uygulama 3.4 — İğne Deliği Fotoğraf Makinesi

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Model: (görüntünün boyu) / (kutunun derinliği) = (nesnenin boyu) / (nesnenin delikten uzaklığı).

Nesne kutuya yaklaştıkça (uzaklık küçüldükçe) sağdaki oran büyür, dolayısıyla görüntü büyür. Nesne uzaklaştıkça görüntü küçülür.

Bu, benzer üçgenlerin temel özelliğidir: kısa kenar uzadıkça karşılık gelen diğer kenar da aynı oranda büyür.

Bölüm 4 — Akıl Yürütme ve Karar Verme

Uygulama 4.1 — Gezi Bütçesine Kriz Kartı

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Model testi: yeni otobüs maliyeti = eski maliyet $\times$ 1,15. Bu fark, toplam bütçeden başka bir kalemden karşılanmalıdır.

Revizyon: yemek bütçesi genelde en esnek kalemdir (menü sadeleştirilebilir); konaklama günü sabit tutulup yemek maliyeti kişi başı düşürülebilir.

Savunma örneği: “Otobüs zorunlu ve tek seçenek olduğundan artan maliyeti karşılamak için kişi başı yemek bütçesini azaltıyoruz; bu, güvenliği ya da temel ihtiyaçları etkilemeyen tek esnek kalemdir.”

Uygulama 4.2 — Kütüphaneye Kriz Kartı

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Bu bir değer çatışmasıdır: matematiksel kazanç (600 kitap tek okula) ile adil dağıtım ilkesi (Uygulama 1.2 ve 2.1’de kurulan model) çelişir.

Dengeleyici bir örnek karar: bağış kısmen kabul edip (örneğin kitapların 1/3’ünü tek okula, kalanını ihtiyaca göre diğer okullara dağıtarak) hem bağışçının şartını kısmen karşılamak hem de adalet ilkesinden tamamen vazgeçmemek.

Savunma: “Bağışın tamamını reddetmek kaynak kaybına yol açar; tamamını kabul etmek ise modelimizin temel ilkesini (ihtiyaca göre adil dağıtım) çiğner. Kısmi kabul, her iki değeri de kısmen korur.”

Uygulama 4.3 — Şifreleme Anahtarında Kriz

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Hata, algoritmanın ilk adımında (taban değerinin yanlış girilmesi) ortaya çıkar; bu da iki cihazın farklı ara değerler hesaplamasına, dolayısıyla birbirini tutmayan gizli anahtarlar açar.

Sistem $u \neq e$ olduğunda “güvenli iletişim kurulamaz” kararını vermelidir; bu doğru bir tasarımıdır çünkü eşleşmeyen bir anahtarla devam etmek, mesajların bozulmasına veya bir üçüncü tarafın araya girmesinin fark edilmemesine yol açabilir.

Hatanın fark edilmemesi, güvenli olduğu sanılan ama aslında güvenli olmayan bir iletişim kanalı riskini doğurur — bu, hiç iletişim kuramamaktan daha tehlikelidir.

Uygulama 4.4 — Isınan Bir Şehirde Karar Vermek

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Yeni veri, artışın hızlandığını gösterdiği için önceki trend tahmininin yetersiz kaldığını, önlemlerin daha acil alınması gerektiğini ortaya koyar.

Karşılaştırma: gölge ağacı dikmek düşük maliyetli, sürdürülebilir ve uzun vadede sürekli fayda sağlar ama etkisi yavaş ortaya çıkar; sınıflara iklimlendirme almak hızlı bir çözümdür ama maliyeti yüksektir ve enerji tüketimi artışı ısınma sorununu dolaylı olarak büyütebilir.

Örnek öneri: ağaç dikimine hemen başlanır (uzun vadeli, düşük maliyetli çözüm); en sıcak günlerde kullanılmak üzere sınırlı sayıda taşınabilir iklimlendirme, geçici bir önlem olarak eklenir.

Uygulama 4.5 — Üç Yazı Tura ile Karar Vermek

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

8 olası çıktı: YYY, YYT, YTY, TYY, YTT, TYT, TTY, TTT.

En az 2 tura içerenler: YTT, TYT, TTY, TTT — toplam 4 çıktı, yani 8 çıktının yarısı (%50).

Aynı sayma simetri gereği “en az 2 yazı” için de geçerlidir (yine 4 çıktı, %50). Dolayısıyla oyuncunun itirazı matematiksel olarak haksızdır: tura gelme ihtimali, yazı gelme ihtimalinden daha yüksek değildir; kural adildir.

Bölüm 5 — Büyük Uygulama: Sıfır Noktası Projesi

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Bu dört aşamanın örnek çözümleri, kitabın ilgili bölümlerindeki “Örnek Çözüm” kutularında zaten ayrıntılı olarak verilmiştir: Aşama 1 için Bölüm 1.4, Aşama 2 için Bölüm 2.4, Aşama 3 için Bölüm 3.4 ve Aşama 4 için Bölüm 4.4'teki örnekler.

Kendi ekibinizin Durum Raporu, sınıflandırma tablosu, su modeli ve kriz kartı savunmasını bu örneklerle karşılaştırarak değerlendirebilirsiniz. Farklı ama gerekçeli bir sonuca ulaştıysanız bu da geçerlidir; önemli olan her aşamada izlediğiniz akıl yürütme sürecidir.

Bölüm 6 — Ek Uygulama Bankası

Vaka A — Okul Kantini Krizi

✦ Çözüm / Örnek Yanıt

Bağlam: Asıl problem, 20 dakikalık öğle arasında 2 kasa ile 600 öğrenciye gerçekten hizmet verilip verilemeyeceğidir.

Analitik Düşünme: Kontrol edilemeyecekler — öğrenci sayısı ve öğle arası süresi (idari kararlar sabit); kontrol edilebilecekler — kasa sayısı ve varsa süre uzatımı.

Modelleme: 20 dakika = 1200 saniye. Kapasite = $(1200 \text{ sn} \times 2 \text{ kasa}) / 45 \text{ sn/öğrenci} \approx 53 \text{ öğrenci}$.

Talebin çoğu bu 20 dakikaya yığılırsa, 600 öğrencinin yalnızca yaklaşık 53'ü bu sürede hizmet alabilir — ciddi bir darboğaz vardır.

Akıl Yürütme (kriz kartı karşılaştırması): 1 ek kasa (3 kasa, 20 dk) $\rightarrow (1200 \times 3)/45 \approx 80$ öğrenci. Süreyi 5 dk uzatmak (2 kasa, 25 dk) $\rightarrow (1500 \times 2)/45 \approx 67$ öğrenci. Ek kasa seçeneği (80 öğrenci) süre uzatımından (67 öğrenci) daha fazla öğrenciye hizmet sağladığı için tercih edilmelidir.

Vaka B — Deprem Sonrası Geçici Barınma

◆ Çözüm / Örnek Yanıt

Bağlam: Zemin eğim haritası her durumda kritik olmayabilir; alan zaten düzse öncelik taşımaz, ama eğim varsa çadır yerleşimi ve yağmur suyu drenajı için önemlidir — bağlama göre değişen bir veridir.

Analitik Düşünme: Kontrol Edemeyeceklerimiz kutusuna aile büyüklüğü dağılımı ve kışın yaklaşması girer.

Modelleme: 1200 kişi / 4 kişi = 300 aile. Mevcut 250 çadır, 300 aileye yetmez (50 aile açıkta kalır). 80 ısıtıcı ise 300 ailenin ancak 80'ine yeter; 220 ailede ısıtıcı açığı vardır.

Akıl Yürütme: Bebekli ve yaşlı bireyi olan aileler ısıtıcı ve çadır önceliğinde öne alınır; kalan aileler için ortak alanlarda paylaşımlı ısınma noktaları önerilerek açık azaltılır.

Vaka C — Bir Turun Rotası (Königsberg'den İlham)

◆ Çözüm / Örnek Yanıt

Bağlam: Asıl soru “en kısa rota” değil, “her köprüden tam olarak bir kez geçen bir rota var mı” sorusudur (bu, Uygulama 2.3'teki Euler problemiyle aynı yapıdadır).

Analitik Düşünme ve Modelleme: 5 meydan ve 8 köprü için toplam bağlantı sayısı 16'dır (her köprünün 2 ucu vardır). Meydan — bağlı köprü sayısı tablosu çizildiğinde, kaç meydanın tek sayıda köprüye bağlı olduğu belirlenir.

Akıl Yürütme: Euler kuralına göre, başlangıç noktasına dönerek tam bir tur ancak bütün meydanlar çift sayıda köprüye bağlıysa mümkündür; tam olarak iki meydan tek sayıda bağlıysa rota mümkündür ama başlangıç ve bitiş noktaları farklı olmalıdır. Kriz kartında bir köprü kapandığında toplam bağlantı 14'e düşer ve etkilenen iki meydanın derecesi değişir — rotanın hâlâ mümkün olup olmadığı bu yeni tabloyla yeniden kontrol edilmelidir.

Vaka D — Sınıfın İklim Araştırması

◆ Çözüm / Örnek Yanıt

Bağlam: “Gürültü”, yıldan yıla görülen olağan sapmalardır (örneğin bir yılın alışılmadık derecede soğuk geçmesi); “asıl eğilim” ise çok yıllık ortalamanın yönüdür. Bunu ayırt etmek için tek tek yılların değil, 5-10 yıllık dilimlerin ortalamaları karşılaştırılır.

Analitik Düşünme: Kontrol Edemeyeceklerimiz kutusuna küresel ısınma ve güneş aktivitesi girer; kentleşme ve ölçüm istasyonunun tutarlılığı kısmen izlenebilir/yönetilebilir etkenlerdir.

Modelleme: Basit bir eğilim tahmini için verinin ilk 10 yıllık ortalaması ile son 10 yıllık ortalaması karşılaştırılır; aradaki fark, geçen yıl sayısına bölünerek “on yılda ortalama kaç derecelik artış” olduğu tahmin edilir.

Akıl Yürütme: Gölge ağacı dikmek düşük maliyetli ve sürdürülebilirdir ama etkisi yavaştır; iklimlendirme hızlı çözer ama pahalıdır ve enerji tüketimini artırır. Örnek öneri: ağaçlandırmaya hemen başlanıp, yalnızca en sıcak dönemlerde kullanılmak üzere sınırlı iklimlendirme eklenmesi.

Değerlendirme Rubriği

Bu rubrik, hem kendinizi hem de bir arkadaşınızı (akran değerlendirmesi) her bir beceri açısından değerlendirmeniz için hazırlanmıştır. Yaptığınız bir uygulamayı bitirdikten sonra, hangi sütuna en çok yaklaştığınızı işaretleyin.

Beceri	Gelişmekte	Yeterli	İleri Düzey
Bağlamı Anlama	Veriyi doğru okur ama gereksiz bilgiyi ayıklayamaz.	Asıl problemi kendi cümleleriyle özetleyebilir.	Örtük varsayımları ve çelişkileri de fark eder.
Analitik Düşünme	Değişkenleri listeler ama sınıflandıramaz.	Değişkenleri mantıklı kategorilere ayırır.	Değişkenler arası ilişkileri (öncelik, bağımlılık) haritalar.
Modelleme	Sayısal işlem yapar ama formül kuramaz.	Varsayımlara dayalı basit bir denklem/model kurar.	Modelini test eder, sınırlarını tartışır ve geliştirir.
Akıl Yürütme	Kararını sadece sayıyla açıklar.	Kararını sayı ve gerekçeyle savunur.	Değerler (adalet, dayanışma) ile matematiği birlikte tartışır, modelini krize göre revize eder.

Öğretmenler ve Eğitimciler İçin Not

Bu kitap, sınıf içi grup çalışması, bireysel ödev ya da tam gün atölye formatında kullanılabilir. Bölüm 5'teki büyük uygulama, tek oturumda (yarım gün) ya da dört ayrı ders saatine yayılarak işlenebilir. Bölüm 6'daki vakalar, öğrencilerin transfer becerisini ölçmek için sınav ya da proje ödevi olarak da kullanılabilir.